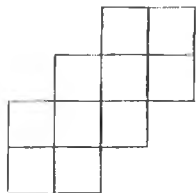


# I Злочинний мур

Молодша ліга

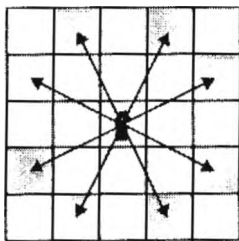
1. Розмістіть числа від 2 до 11 в клітинках, зображених на малюнку, щоб в кожному квадраті розміром  $2 \times 2$  сума чисел була рівною.



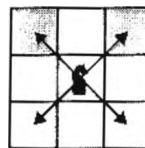
2. Чи існують дійсні числа  $a, b, c$ , що значення виразів  $a + b + c$  та  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  одночасно дорівнюють 0? Відповідь обґрунтуйте.

3. Остап загадав чотири натуральні числа сума яких є простим числом. Виявилось, що серед цих чотирьох чисел сума деяких трьох є простим числом і сума деяких двох є простим числом. Якому найменшому значенню може дорівнювати сума цих чотирьох чисел, що загадав Остап?

4. Фігура «поранений кінь» по черзі ходить спочатку, як звичайна фігура шаховий кінь (див. мал. 1), а потім лише на сусідні по діагоналі клітинки (див. мал. 2), потім знову як звичайна фігура шаховий кінь, а потім знову лише на сусідні по діагоналі клітинки і так далі. Яку найбільшу кількість клітинок може відвідати фігура «поранений кінь» на дошці розміром  $5 \times 6$ , відвідуючи кожен клітинку не більше одного разу? Стартувати можна з довільної клітинки, але лише як звичайна фігура шаховий кінь. Відповідь обґрунтуйте.



мал. 1



мал. 2

5.  $\angle ABC = 60^\circ$  в трикутнику  $ABC$ . Точки  $I$  та  $O$  центри вписаного та описаного кіл трикутника  $ABC$ .  $M$  — середина дуги  $BC$  кола описаного навколо трикутника  $ABC$ , що не містить точку  $A$ . Чому дорівнює  $\angle BAC$ , якщо  $MB = OI$ ?

## II Заочний тур

Молодша ліга

1. Нехай для деяких дійсних  $A$  та  $B$  числа  $A^2 + B^2$ ,  $AB$ ,  $A + B$  — цілі. Чи обов'язково числа  $A$  та  $B$  — цілі? Відповідь обґрунтуйте.
2. Чому дорівнює площа в квадратних одиницях, многокутника, що утворений точками  $(x; y)$  на координатній площині, що задовольняють рівняння  $||x| - 2| + ||y| - 2| \leq 4$ ?
3. Нехай для деяких цілих  $x$  та  $y$  число  $xy + 1$  ділиться на 24. Чи обов'язково число  $x + y$  ділиться на 24? Відповідь обґрунтуйте.
4. Чи існує не обов'язково опуклий шестикутник, з сторонами 1, 2, 3, 4, 5, 6 см в довільному порядку, який можна розрізати на  
а) 31; б) 32;  
рівносторонніх трикутники зі стороною 1 см?
5.  $D$  та  $E$  — це точки перетину бісектрис кутів  $C$  та  $B$  трикутника  $ABC$  з сторонами  $AB$  та  $AC$ , відповідно. Точки  $F$  та  $G$  обрали на продовжені сторін  $AB$  та  $AC$  за точками  $B$  та  $C$ , так що  $BF = CG = BC$ . Доведіть, що  $FG \parallel DE$ .

## III Заочний тур

Молодша ліга

1. Чи можна вивезти з каменоломні 50 каменів масами  $370, 372, \dots, 468$  кг на семи трьохтонних вантажівках?
2. У середині гострокутного трикутника  $ABC$  позначено таку точку  $Q$ , що кут  $QAC = 60^\circ$ , а  $QCA = QBA = 30^\circ$ . Нехай точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $AC$  і  $BC$  відповідно. Знайдіть величину кута  $QNM$ .
3. На столі стоять 9 чашок — усі догори дном. Дозволяється за один хід перевернути будь-які 4 чашки. Чи можна за кілька таких ходів домогтися того, щоб усі чашки стояли дном донизу?
4. Порівняйте два числа:  $2^{2018}$  та  $3^{303} * 4^{404} * 5^{505}$ .
5. Дано 6 чисел:  $1, 2, 3, 4, 5, 6$ . За один хід можна вибрати два довільні числа і додати до обидвох одиницю. Чи можна зробити всі числа рівними?